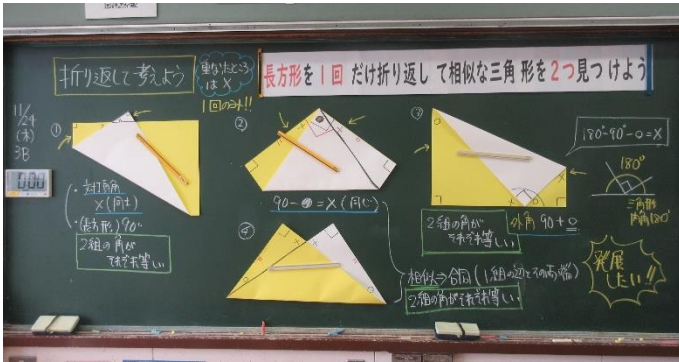


1. 1125 教科研究会を受けて

今回の教科研究会では、2時間の構成で発展&統合できる教材を扱う授業を考え、その第1時については、「長方形を1回だけ折り返して相似な三角形を2つ見つけよう」という課題を実施しました。



第1時板書

2つの三角形同士が「等しい角(90度)」と折り返してできる「対頂角」によって「2組の角がそれぞれ等しくなる」ことで相似を証明しました。折り返した頂点が辺上にある時には、「三角形の外角はとなり合わない2つの和に等しい」ことを理由に、相似を証明しました。(板書右側③)

そして、第2時として教科研究会では「長方形を1回だけ折り返して相似な三角形を2つ見つけよう」という前時の課題の、「長方形」と「2つ」という2つの部分を発展させて、法則や決まりを見つけること(統合)を行いました。



第2時板書

課題を発展させる場面の生徒との会話は以下の通りです。

T: 「長方形」の部分を発展させるとどうなる?
 S: 正方形とか五角形とか?
 T: 他にはどうかな?
 S: 相似な三角形を「2つ」ではなく、4つとか6つとか?
 T: 3つや5つも可能性あるかな?

すでに「法則性」や「決まり」という言葉から「2つずつ増えていく」と仮定しての発言が生徒から出ました。そこで、3つや5つの場合についても触れ、「相似な三角形の個数」に着目させて個人追究の時間へと入ってきました。同時に、五角形(紙)と geogebra の教材を生徒に配付しました。

個人追究や小集団追究の中で、話題に出ていたのは、五角形についてです。五角形を折ると、最大何個相似な三角形ができるのか、それについて証明はできるのかななどが多く出ていました。

そして全体追究では、「正n角形なら最大n個の相似な三角形ができる」と結論を導いていたグループに考えを共有しました。説明には正五角形を利用していました。その証明方法は、前時で行った「等しい角と対頂角」による証明でした。

その後、「最低何個の相似な三角形ができるのか」ということが話題となりました。発表してくれたグループは「正五角形は3つだと思っていたけど、2つの可能性がある」と言い、次のような図を提示しました。

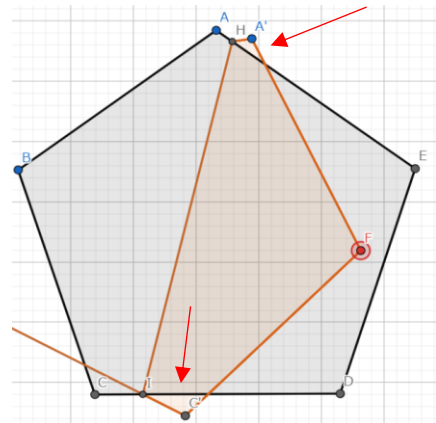


図1

そこで、次のような会話がありました。

S: 2つも相似だと思う。
 T: 2つの場合どうやって証明したら良い?
 S: 折り返した部分の角度を100度とすると証明できるよ。
 S: でもそれだと全ての場合に言えないから、一般的ではないよね
 S: 等脚台形なら説明できそう。
 S: それも一般的ではないよ。
 T: 正五角形では5つ、4つ、3つの場合は前回と同じように証明できたのに、2つの場合は難しそうだね。同じように証明できないのかな。

2つの場合も、相似になると予想していましたが、証明方法がわからないまま、時間が来てしまい、計画していた時間内では収まらなかったため、第3時を行うこととしました。

授業後の教科研究会では、たくさんのことが話題にありましたが、以下のことを第3時で意識しようと考えました。

①特殊から一般という考えを認めて統合する

わからないことがあった場合、実際の数値でやってみて見通しをもつことの重要性について触れる。そうした中で、一般化していく。

②折り目（折り返した場所の線分）の場合分けについて触れ、場合漏れをなくすこと

今回は、折り目についてあまり触れていなかったが、折り目について触れることで、場合漏れがなくなることを伝えていく

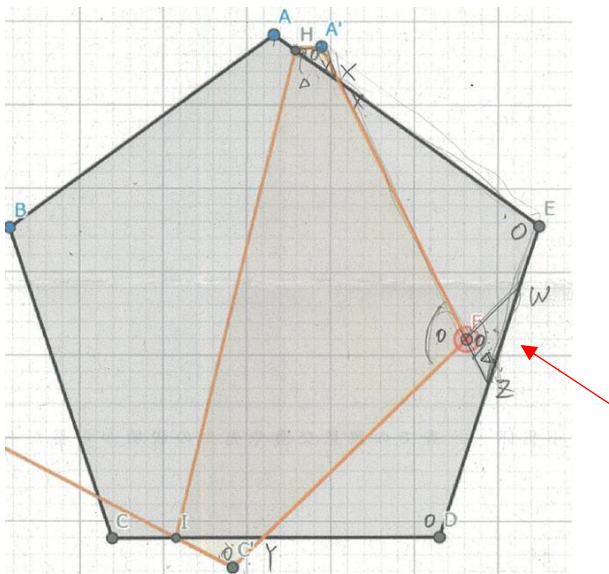
2. 第3時の授業の実際

授業の導入では、もう一度第1時と第2時の確認を行い、第2時の最後で解決しなかった「正五角形を折り返した時に相似な三角形は2つできるのか」という課題を行いました。(第3時板書右側)

具体的な数値にして考えても良いこととし(特殊)、その上で「一般化」についても考えていくことを生徒に伝えました。

追究用紙には、第2時の板書と図1の正五角形の折り返した図を貼り、生徒に配付しました。

個人追究や、小集団追究の中で、次のような考えが生徒から出てきました。

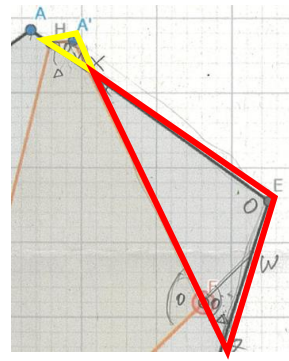


2本の線分を延長して、新たに小さな三角形を作る

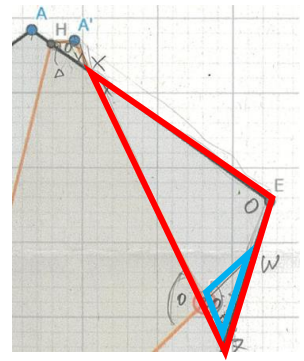
というものです。

生徒の説明は、次のようなものでした。

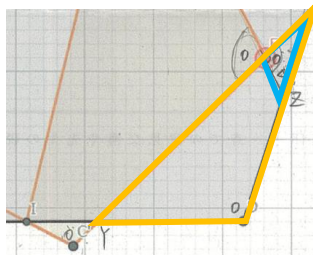
①黄と赤相似



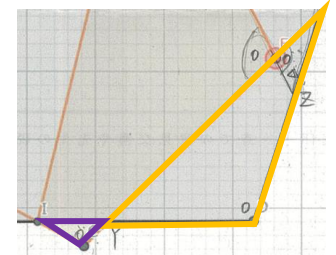
②赤と青相似



③青と橙相似



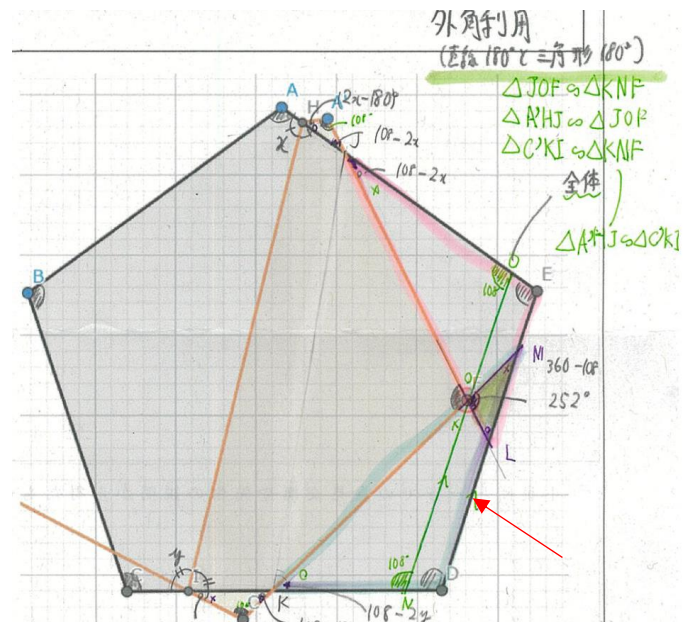
④橙と紫相似



黄と紫の相似の手順①～④

これなら、2つの時もこれまでの同じように「等しい角と対頂角」で証明できるという生徒の意見も出ました。

さらに、「外角の考えを利用して考えみた」という生徒の考えを扱いました。



外角の考えを利用した図

正五角形の辺と平行な線を引き、同位角により等しい角度ができたため、外角を利用して2つの場合の証明を行いました。説明した生徒は「この図のいやなところは、折り返した角が辺から離れていることなので、平行線を引くことで、同じように外角で考えられる」

という発言がありました。この発言には多くの生徒が納得し、外角を利用した証明については「なるほど」と納得した生徒が多くいました。

結果的に、「等しい角度があること」が大きなポイントであり、折り返してできた三角形の「証明方法」は長方形と同じように説明できることがまとめられました。これも1つの「統合」の方法だと感じました。



第3時板書一部

その後、「六角形の時はどうだろう?」「平行四辺形はどうだろう」というような疑問ができたが、最後に、「今回の課題は、5つのとき、4つのとき、3つのとき、2つのときなど場合分けが必要でした。場合漏れをなくするためにはどうしたら良いと思いますか?」と生徒に投げかけました。やはり、個数に分けていくという発言がありましたが、どう折るかという話題となり、「折り目の位置」について触れ、場合漏れをなくすことの重要性を話し、授業を終えました。



第3時板書

3. 成果と課題

【成果】

- ・色々な発展方法や発展の流れが考えられる教材であり、実践しやすいこと。また、生徒自身も発展させやすい教材であったこと。
- ・自ら発展させて、決まりや法則などを統合すること

ができ、図形の折り返しについて考えを深めることができたこと。

・生徒のふりかえりの中には、「前回の長方形のときの折り方を参考にして色々試してみて、決まりを考えた」というものがあった。前時との繋がりがスムーズな発展へと繋がっていったと言える。また、「長方形でも五角形でも共通点があり、同じように証明できることがわかった」というものがあり、統合にも繋げることができた。

【課題】

- ・今回は2つの視点で発展させたが、その分発展の方法が多くなってしまいうため、段階的に取り組んでも良かった。(生徒に合わせて条件を設定していくことが重要である)
- ・生徒の手元に資料を配付したが、実際に紙で折る生徒、geogebraで考える生徒、両方を認めていくことが重要である。生徒に合わせて準備が必要であること。
- ・発展から統合まで3時間かかってしまったこと。

今回は第2時を教科研究会という形で行いましたが、第1時や第3時についても、統合&発展を意識して実践することで、生徒が常にそうした考えがでると感じます。そうした積み重ねが思考力や表現力の高まりに繋がっていくと感じました。

4. 参考・引用文献

- ・ 松元新一郎 (2001)
第9回数学教育国際会議 (ICME 9) 公開授業
- ・ 藤本義明 (2008)
『数学作りの授業』のための題材例 (その1)
愛媛大学教育学部紀要 第55巻 79~92
- ・ 河村泰宏 (2011)
教育科学 数学教育 No650 (12月)